

文章编号 1004-924X(2007)09-1328-08

光学面形误差对环围能量比的影响

吴冬良,戴一帆,王贵林,陈善勇

(国防科技大学 机电工程与自动化学院,湖南 长沙 410073)

摘要:以发射光学系统为研究对象,假设面形误差为高斯平稳随机过程,建立了光学面形误差均方根梯度(GRMS)与远场靶面上环围能量比(EE)之间的数学关系模型,进行了仿真分析并对实际面形数据做了验证。研究表明,环围能量比随GRMS的增加呈指数衰减;同时面形误差低频和高频部分分别形成远场光强分布的中心核和边缘。在 $GRMS \leq 7$ nm/mm时,理论计算与仿真结果非常吻合。与实际分析结果的比较表明,该数学关系模型是正确的,能够用来分析GRMS对EE的影响。

关键词:发射光学系统;面形误差;环围能量;位相误差;均方根梯度

中图分类号:TH703 文献标识码:A

Influence of optical surface error on encircled energy

WU Dong-liang, DAI Yi-fan, WANG Gui-lin, CHEN Shan-yong

(School of Mechatronics Engineering and Automation, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: In view of a optical transmitting system, the mathematical model between the Root-Mean-Square Gradient (GRMS) error of optical elements and Encircled Energy (EE) was established by assuming that the surface error is stationary Gaussian random process, and the numerical computation and actual surface profile data of the model was validated. It is found that EE declines in exponential form with the increasing of GRMS, and that the low and high-spatial frequency errors form the centre and the edge of the far-field intensity distribution respectively. The theoretical analysis matches numerical computation very well when GRMS is less than 7 nm/mm. The mathematical model agrees with the actual results well, which can be used to analyze the influence of GRMS on EE and can provide the support for the evaluation criterion of the surface profile of the optical elements.

Key words: optical transmitting system; surface error; encircled energy; phase error; Root-Mean-Square Gradient(GRMS)

1 引言

常用光学系统中总是存在引起像点中心位置偏移及几何失真的倍率色差、畸变和球差三种像差^[1],同时光学元件表面总是存在面形误差,因此分析光学面形误差对光学性能的影响就显得非常重要。万敏^[2]等分析了光学面形误差中的几种误差(局部缺陷、环形缺陷、正弦形误差以及 Zernike 像差)对光束质量的影响,并通过对正弦形误差的分析发现,相位误差的低频部分形成了远场能量分布的中心核,而高频部分形成了远场能量分布的边缘。通过分析光学面形误差对远场光束质量的影响,可以有效地分析光学系统的性能^[3]。

以发射光学系统为研究对象,通过两级扩束将入射光束输出到远场靶面上,实现准直扩束,减小发散角。然后通过聚焦光学系统将光束大部分能量聚焦到一个直径(250 μm)很小的焦斑内,可以实现强激光光学系统的高聚能要求。在这类高聚能光学系统中,将光束尽可能聚小的能力主要取决于所使用光学元件的误差,包括光学元件的设计误差和制造误差。由于光学元件表面加工精度等原因,光学表面存在波前位相误差,从而影响到光束的远场分布特性,并且直接影响到远场的光斑质量^[4]。因此,分析光学元件面形误差对光学性能的影响,对于提高光学系统性能、建立光学面形误差评价指标具有重要意义。

2 光学系统物理模型

以发射光学系统为研究对象,光路如图1所示。其中系统参数取值如下:激光波长 $\lambda = 1.053 \mu\text{m}$,一级扩束次镜 M_1 入射面处激光束等相位面曲率半径 $R = 1 \times 10^5 \text{ mm}$,束宽 $\omega = 4 \text{ mm}$,一级扩束主镜 M_2 焦距 $f_{p_1} = 200 \text{ mm}$,次镜 M_1 焦距 $f_{s_1} = 40 \text{ mm}$,二级扩束主镜 M_4 焦距 $f_{p_2} = 1200 \text{ mm}$,次镜 M_3 焦距 $f_{s_2} = 300 \text{ mm}$, M_2 到 M_3 的距离 $z_1 = 3.5 \text{ m}$,发射距离 $z_2 = 3 \text{ km}$ 。从激光器输出激光经过一级扩束系统后自由传输距离 z_1 到达次镜 M_3 ,再经过主镜 M_4 输出到距离为 z_2 的远场靶面上,从而实现准直扩束,减小了发散角。

由于主镜 M_4 为大型光学非球面镜,在光学

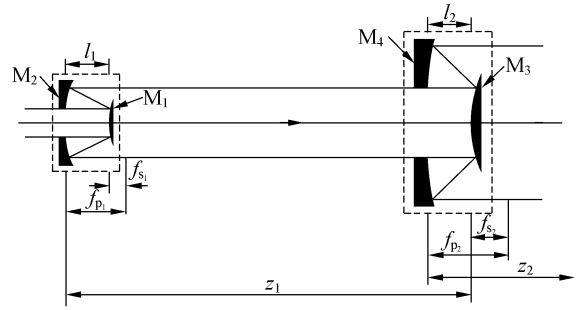


图1 发射光学系统结构布局

Fig. 1 Structure of optical transmitting system

系统中对光学性能起主要作用,其他光学元件面形误差对光学系统的性能影响很小,因此可以认为其他光学元件表面面形是理想的。下面考虑主镜 M_1 面形误差对远场能量集中度的影响。假设激光器输出激光为高斯型光束,其复振幅 E_1 分布已知,用复参数 q_1 表示^[5]为:

$$E_1(x, y, q_1) = A_0 \frac{-iz_0}{q_1} \exp\left(\frac{ik(x^2 + y^2)}{2q_1}\right), \quad (1)$$

其中

$$\frac{1}{q_1} = \frac{1}{R} + i \frac{\lambda}{\pi\omega^2} = z - iz_0, \quad (2)$$

且 A_0 为常数, k 为波数, z_0 为瑞利距离。

3 光学面形误差对环围能量比的影响

根据高斯光束 $ABCD$ 定律^[5-6],光束经过两级扩束到达 M_4 出射面处,其复参数 q_2 为

$$q_2 = \frac{Aq_1 + B}{Cq_1 + D} = a + ib, \quad (3)$$

其中 A, B, C, D 为发射光学系统 $ABCD$ 矩阵^[7]。

光束经传输距离 $L(l_1 + z_1 + l_2)$ 后到达主镜 M_4 出射面处,根据 Collins 公式,其复振幅 E_2 的分布^[8]用复参数 q_2 表示为:

$$E_2(x_2, y_2, q_2) = A_1 \exp(ikL) \exp\left(\frac{ik(x_2^2 + y_2^2)}{2q_2}\right), \quad (4)$$

其中 $A_1 = -iA_0 z_0 / (Aq_1 + B)$ 。

光学面形误差可视为空间随机过程,所形成的波前误差相应地也视为随机过程,因此分析光学元件制造误差对光学系统性能的影响,可归结为分析随机波前误差在光学系统对光束调制的影响^[8]。Barakat^[9]假设光学面形误差为空间平稳高斯过程,将它视为随机相位屏,对成像光束进

行相位调制。该方法同样适用于非空间平稳随机误差,但分析起来十分复杂,实际上高斯平稳假设是合理的^[9-10]。

考虑具有如下光瞳函数的光学系统,其光瞳函数定义为:

$$P(x,y)=\begin{cases} E(x,y)\exp\{ikW(x,y)\} & (x,y)\text{在孔里} \\ 0 & (x,y)\text{在孔外} \end{cases}, \quad (5)$$

式中: $E(x,y)$ 是孔径上的振幅分布, $W(x,y)$ 是波前畸变函数,包括光学系统各阶像差等确定性误差 $W_D(x,y)$ 和光学元件面形误差等随机性误差 $W_R(x,y)$,后者以加性噪声形式叠加到前者上,因此有:

$$P(x,y)=P_D(x,y)\exp\{ikW_R(x,y)\}. \quad (6)$$

由于主镜 M_1 面形误差 $W(x,y)$ 对光束具有相位调制作用(振幅调制很小,可以忽略^[8])。根据经典标量衍射理论,远场复振幅 E_3 分布通过 Collins 衍射积分公式计算,用 Fourier 变换表示如下:

$$E_3(x,y)=\frac{\exp(ikz_2)}{i\lambda z_2}\exp\left[\frac{ik}{2z_2}(x^2+y^2)\right]\times F\left\{P(x_2,y_2)\exp\left[\frac{ik}{2z_2}(x_2^2+y_2^2)\right]\right\}, \quad (7)$$

根据变量替换 $f_x=x/\lambda z_2$, $f_y=y/\lambda z_2$,得远场光强分布为:

$$I(f_x,f_y)=|E_3(f_x,f_y)|^2=\left(\frac{1}{\lambda z_2}\right)^2\times\left|F\left\{P(x_2,y_2)\exp\left[\frac{ik}{2z_2}(x_2^2+y_2^2)\right]\right\}\right|^2. \quad (8)$$

根据自相关定理,有:

$$\left|F\left\{P(x_2,y_2)\exp\left[\frac{ik}{2z_2}(x_2^2+y_2^2)\right]\right\}\right|^2=F\left\{\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}P(x,y)\times P^*(x-u,y-v)\exp\left[\frac{ik}{2z_2}(2xu+2yv-u^2-v^2)\right]dxdy\right\}$$

令

$$H(u,v)=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}P(x,y)P^*(x-u,y-v)\times\exp\left\{\frac{ik}{2z_2}(2xu+2yv-u^2-v^2)\right\}dxdy. \quad (9)$$

假设随机位相屏的空间统计分布是广义平稳

的,则期望值与坐标 (x,y) 无关,从而有

$$\bar{H}(u,v)=H_0(u,v)\bar{H}_s(u,v), \quad (10)$$

上式中第一项对应无随机位相屏情况

$$H_0(u,v)=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}P_D(x,y)P_D^*(x-u,y-v)\times\exp\left[\frac{ik}{2z_2}(2xu+2yv-u^2-v^2)\right]dxdy, \quad (11)$$

第二项与随机位相屏有关,略去 u,v 的高次项,则有:

$$\begin{aligned} \bar{H}_s(u,v) &\approx E\left\{\exp\left[iku\frac{\partial W(x,y)}{\partial x}+ikv\frac{\partial W(x,y)}{\partial y}\right]\right\} \\ &= E[\exp(ikuW_x(x,y)+ikvW_y(x,y))]. \end{aligned} \quad (12)$$

假设 $W_x(x,y)$ 、 $W_y(x,y)$ 是零均值高斯随机过程,方差分别为 $\sigma_{\Delta x}^2$ 和 $\sigma_{\Delta y}^2$ (事实上被测零件确实具有某种合理的高斯梯度分布^[10]),且相关系数为 r ,根据概率统计理论,有:

$$\bar{H}_s(u,v)=\exp\left(-\frac{1}{2}k^2(u^2\sigma_{\Delta x}^2+v^2\sigma_{\Delta y}^2+2ruv\sigma_{\Delta x}\sigma_{\Delta y})\right). \quad (13)$$

由于实际加工过程中两方向的加工误差是随机产生的,故可以认为两方向的变量是不相关的,即 $r=0$ 。若 $\sigma_{\Delta x}=\sigma_{\Delta y}=\sigma_{\Delta}$,则远场强度分布计算公式^[8]为:

$$I(f_x,f_y)=\left(\frac{1}{\lambda z_2}\right)^2 F\left[H_0(u,v)\exp\left(-\frac{1}{2}k^2\sigma_{\Delta}^2(u^2+v^2)\right)\right], \quad (14)$$

对于高斯型输入光束,不考虑光学系统像差、球差等固定误差,则 $P_D(x,y)$ 具有高斯形式,从而有:

$$H_0(u,v)=\frac{-\pi A_0^2 z_0^2 (a^2+b^2)}{kb[(Az_1+B)^2+(Az_0)^2]}\times\exp\left\{\frac{k(u^2+v^2)(b^2+(a+z_2)^2)}{4bz_2^2}\right\}, \quad (15)$$

因此远场强度分布计算公式^[8]为:

$$I(f_x,f_y)=A_1\exp\left(\frac{4z_2^2 b\pi^2 (f_x^2+f_y^2)}{k(b^2+(a+z_2)^2-2kz_2^2 b\sigma_{\Delta}^2)}\right). \quad (16)$$

对于回转对称情形,采用极坐标形式表示为 $\rho=\lambda z_2\sqrt{f_x^2+f_y^2}$,则半径 r 内环围能量比按下式计算:

$$PIB(r) = \frac{\int_0^r \rho I(\rho) d\rho}{\int_0^{+\infty} \rho I(\rho) d\rho} = \frac{1}{1 - \exp\left(\frac{kbr^2}{b^2 + (a + z_2)^2 - 2kz_2^2 b_\Delta^2}\right)}, \quad (17)$$

它主要取决于波前相位误差的均方根梯度 σ_Δ , 图 2 是不同半径下所对应的 PIB 曲线; 图 3 是不同均方根梯度下所对应的 PIB 曲线。从图 3 可以看出, 固定焦斑半径 r 时, $PIB(r)$ 按照式(17)所示的指数规律衰减, 能量集中度指标随着均方根梯度的增大显著下降。

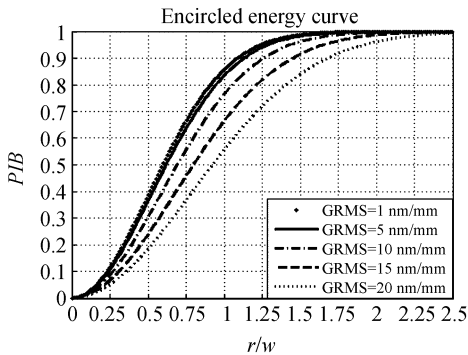


图 2 不同半径下所对应的 PIB 曲线
Fig. 2 PIB curves at different radii

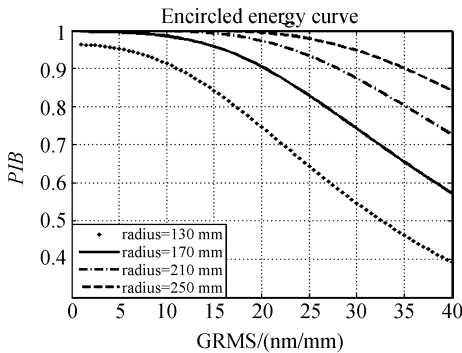


图 3 不同均方根梯度下所对应的 PIB 曲线
Fig. 3 PIB curves at different GRMSs

4 仿真数据分析

文献[10]~[12]指出, 与焦斑大小紧密联系的是低频位相误差的均方根梯度, 它直接决定着焦斑的大小, 进而影响能量集中度。由于光学面形误差对光束具有相位调制作用, 因此可以将面

形误差看作随机位相屏。

低频位相误差^[11]可以用下式来模拟实现:

$$\omega(x,y) = \text{random}(-1,1) * \exp\left\{-\left[\left(\frac{x}{s_x}\right)^2 + \left(\frac{y}{s_y}\right)^2\right]\right\}, \quad (18)$$

其中, ‘*’表示卷积。由于位相误差 $\omega(x,y)$ 后半部分为高斯函数, 经过均值函数卷积平滑后滤掉高频成分, 与高斯型非常相似, 因此可以用式(18)来模拟低频位相误差。通过对式(18)乘上不同比例因子, 即可得到具有不同 GRMS 值的相位分布。在仿真分析中取 $s_x = s_y = 60$ mm。

图 4 为根据式(18)得到的随机位相屏, 其 GRMS 值为 1 nm/mm。

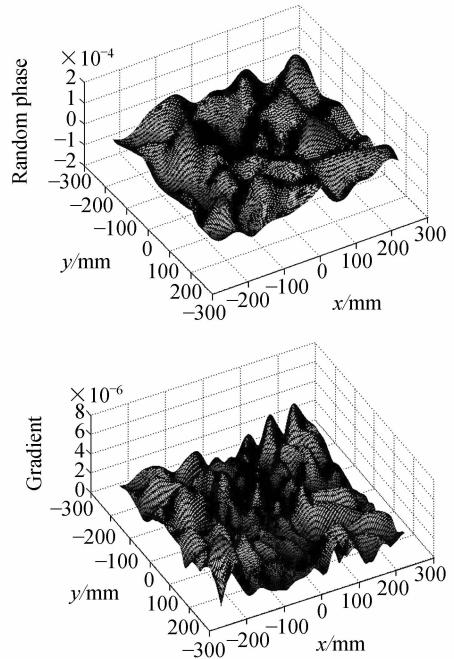


图 4 随机位相屏和梯度分布

Fig. 4 Random phase screen and gradient distribution

假定面形误差集中于二级扩束系统主镜 M_4 , 对于不同的 GRMS 值, 在观测屏上得到的衍射光斑图和环围能量比曲线如图 5 所示。

由图 5 可以看出, 随着 GRMS 值的增大, 衍射光斑形状随之变化, 且理论计算结果与仿真分析结果之间的最大相对偏差也随之增大。当 $GRMS \leq 10$ nm/mm 时, 两者之间相对偏差 $< 1.5\%$, 尤其是当 $GRMS \leq 5$ nm/mm 时, 尽管环围能量比曲线有些偏差, 但理论计算和仿真结

果非常吻合;而当 $GRMS \geq 15 \text{ nm/mm}$ 时,两者相差较大,相对偏差达到 2% 以上。对于强激光来说,影响较大。

位相误差还可以用式(19)来模拟实现

$$\omega(x, y) = \text{rmsgrad} \cdot \text{randn}(M, N), \quad (19)$$

该误差满足高斯条件。在上式中, M 、 N 代表 X 、 Y 方向的计算点数。

下面根据式(5)、(8)计算远场环围能量比,采用 FFT 计算^[13],如图 5 所示。

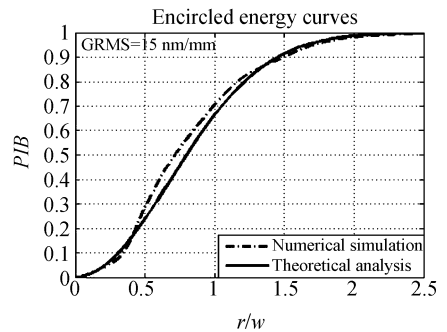
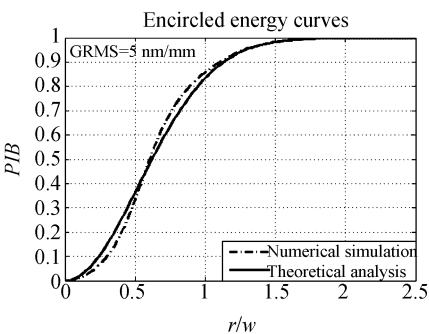
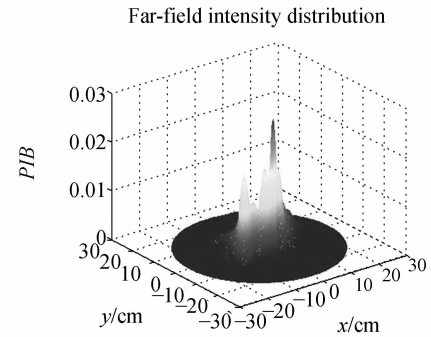
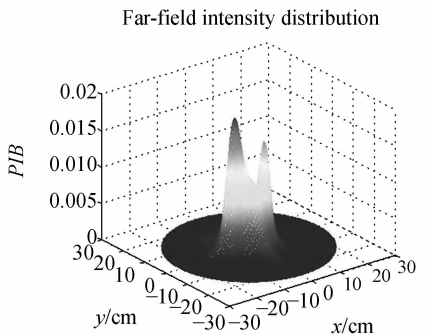
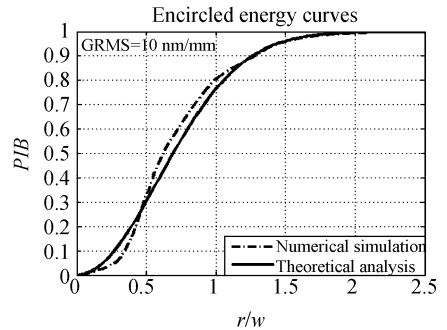
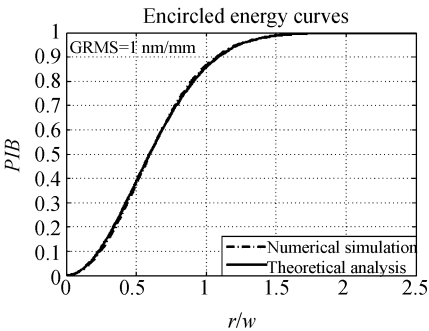
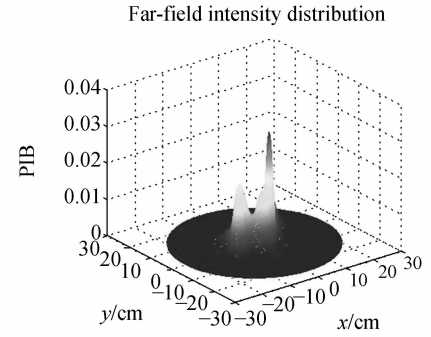
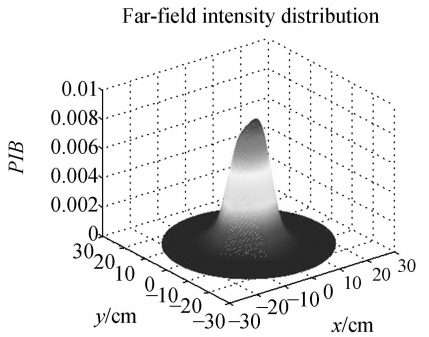


图5 不同 GRMS 时的衍射光斑图和环围能量比曲线图
Fig. 5 Diffraction faculae and EE curves at different GRMSs

由图 6 可以看出, $GRMS \leq 7 \text{ nm/mm}$ 时,两者之间相对偏差 $< 1.78\%$, 而当 $GRMS \geq 10 \text{ nm/mm}$ 时,两者相差较大,相对偏差达到了 3.45% 。相对于强激光应用来说,影响较大。

通过比较图 5 和图 6,可以得出:当 $GRMS <$

7 nm/mm 时,理论计算与仿真结果非常吻合,其最大相对偏差小于 1.78%,同时发现光学面形误差中的低频部分形成远场光强分布的中心核,而高频部分则形成远场光强分布的边缘,与文献[2]结果相符。因此为了提高高斯光束衍射光斑质量

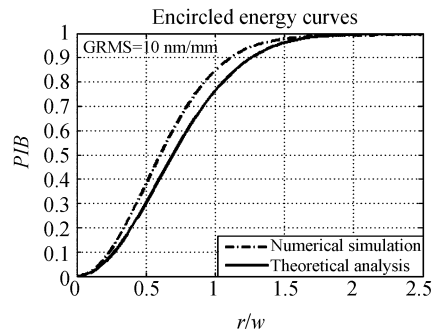
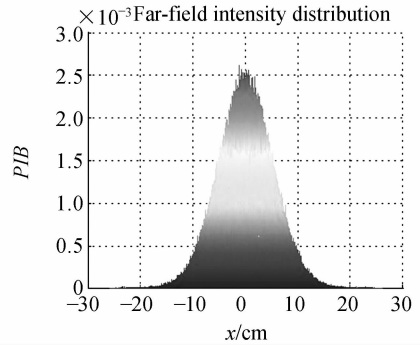
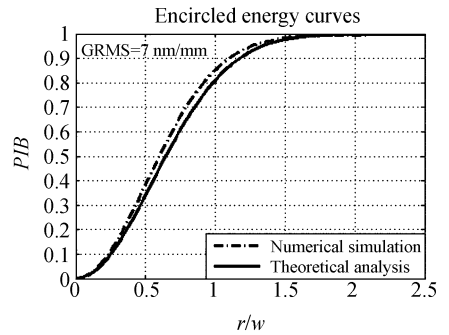
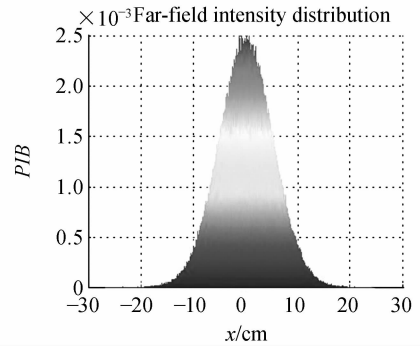
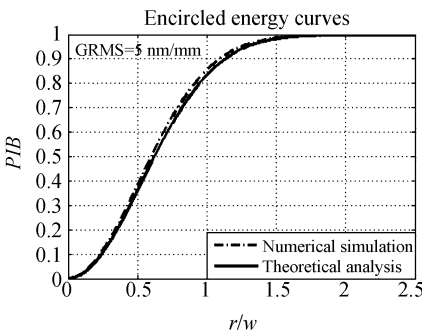
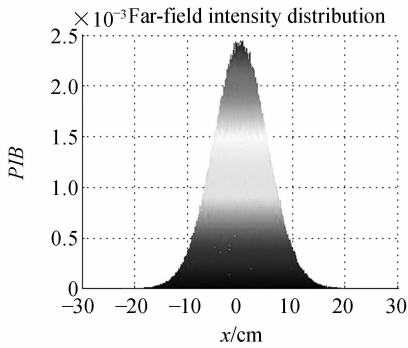
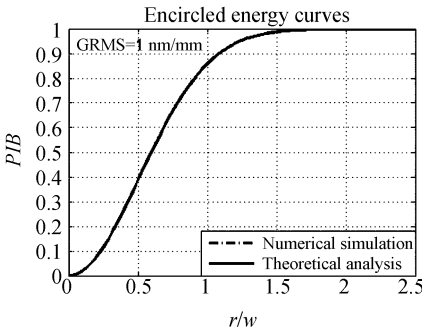
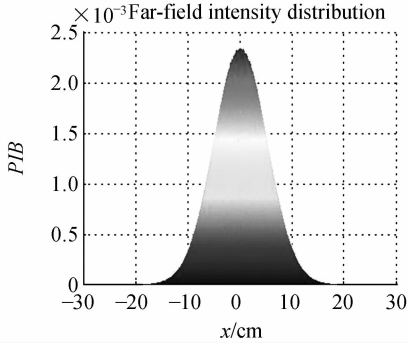


图6 不同 GRMS 时的衍射光斑图和环围能量比曲线图
Fig. 6 Diffraction faculae and EE curves at different GRMSs

以及能量集中度,最好使 GRMS 值优于 7 nm/mm,并且尽量抑制高频成分的产生。根据

图 5、6 可知,当 $GRMS \leq 7 \text{ nm/mm}$ 时,理论计算与仿真分析结果非常吻合,因此可以认为理论计算公式是正确的。

5 实验数据验证

下面分析利用 CXM-100 波面干涉仪测量口径为 500 mm 的非球面镜,其面形误差 $PV = 167 \text{ nm}$, $RMS = 22 \text{ nm}$, $GRMS = 1.18 \text{ nm/mm}$, 分别

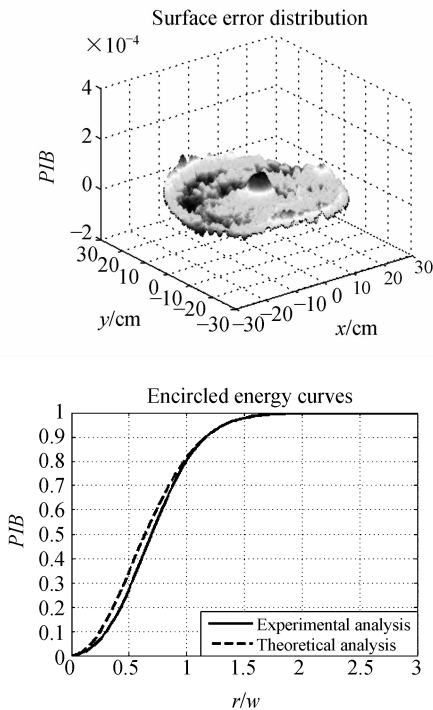


图 7 非球面镜面形误差分布及对环围能量比的影响
Fig. 7 Distribution of aspheric surface error and its influence on encircled energy

利用 Collins 衍射积分和理论分析公式分析实测面形误差对远场环围能量比的影响,结果如图 7 所示。

从图 7 可以看出,理论计算与实验数据分析结果比较吻合,误差较小,最大相对偏差为 0.85%,在误差允许范围内,表明理论模型是正确的。

6 结 论

通过 Collins 衍射积分公式,计算了光学元件经随机位相误差调制后的远场强度分布,发现光学元件的聚焦性能主要取决于位相误差的均方根梯度,所以对波前位相误差均方根梯度指标表征以及位相误差对环围能量比的影响关系进行研究,对于保证光学零件的聚焦性能是至关重要的。研究表明:在 $GRMS$ 值优于 7 nm/mm 时,理论分析与数值计算结果非常相符,考虑假设条件,最大相对偏差应在 2% 以下,说明所建立的关系模型是正确的。同时发现远场衍射光斑中心核主要由面形误差中的低频成分所形成,而远场衍射光斑的边缘则由面形误差中的高频部分所形成。根据图 5、6 可知:为了提高高斯光束的能量集中度,光学面形误差均方根梯度值必须控制在一定范围内。

通过理论分析、数值仿真以及实验分析可知,在一定假设条件下以及允许误差范围内,建立的光学面形误差均方根梯度与远场环围能量比之间的关系模型是正确的,并能广泛应用于各类大型望远系统以及强激光系统中。

参考文献:

- [1] 杨皓明,王灵杰,翁志成,等. 大口径大视场轻小型星敏感器光学系统[J]. 光学精密工程, 2007,15(2): 151-154. YANG H M, WANG L J, WENG ZH CH, et al.. Optical system of light star tracker with wide field and large aperture[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2007,15(2): 151-154. (in Chinese)
- [2] 万敏,苏毅,张卫,等. 光学器件面形误差对光束质量的影响[J]. 光学学报, 2002,22(4): 495-500. WAN M, SU Y, ZHANG W, et al.. Influence of surface error on beam quality in optics elements[J]. *Acta Optica Sinica*, 2002,22(4): 495-500. (in Chinese)
- [3] 吴晗平. 激光光束质量的评价与应用分析[J]. 光学精密工程, 2000,8(2): 128-132. WU H P. Evaluation and applied analysis of laser beam quality[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2000,8(2): 128-132. (in Chinese)
- [4] 黄志刚,董晓浩,高飞,等. X 射线衍射和散射光束线环面聚焦镜的面形精度与像差分析[J]. 光学精密工程, 2004, 12(1): 26-30.

- HUANG ZH G,DONG X H,GAO F,*et al.*. Slope error and aberration analysis for XRDX beamline toroidal focusing mirror[J]. *Opt. Precision Eng.*,2004,12(1): 26-30. (in Chinese)
- [5] 李俊昌. 激光的衍射及热作用计算[M]. 北京:科学出版社,2002.
LI J CH. *Calculation of Laser Diffraction and Thermal Acting*[M]. Beijing: Science Press,2002. (in Chinese)
- [6] 吕百达. 激光光学:激光束的传输变换和光束质量控制(第二版)[M]. 成都:四川大学出版社,1992.
LV B D. *Laser Optics: Laser Beam Propagation and Beam Quality Control*[M]. Chengdu: Sichuan University Press,1992. (in Chinese)
- [7] 李有宽,陈栋泉,杜祥琬. 发射光学系统分析[J]. 强激光与粒子束,2000,12(1): 15-18.
LI Y K, CHEN D Q, DU X W. Analysis of optical transmitting system[J]. *High Power Laser and Particle Beams*,2000,12(1): 15-18. (in Chinese)
- [8] 杨力. 先进光学制造技术[M]. 北京:科学出版社,2001.
YANG L. *Advanced Optical Manufacturing Technology*[M]. Beijing: Science Press,2001. (in Chinese)
- [9] BARAKAT R. The influence of random wavefront errors on the imaging characteristics of an optical system[J]. *Optica Acta*,1971,18(9): 683-694.
- [10] WILLIAMS W,AUERBAM J,HUNT J,*et al.*. NIF optics phase gradient specification[R]. *Report UCRL-ID-127297*,1997.
- [11] LAWSON J K,AUERBACH J M,ENGLISH R E, *et al.*. NIF Optical specifications-the importance of the RMS gradient[R]. *Report UCRL-JC-130032*,1998.
- [12] 刘兰琴,景峰,彭志涛,等. 多程放大系统光学元件静态波前畸变研究[J]. 强激光与粒子束,2003,15(3):241-244.
LIU L Q,JING F,PENG ZH T,*et al.*. Study of the static wavefront distortion of optics elements in the multi-pass amplification system[J]. *High Power Laser and Particle Beams*,2003,15(3): 241-244. (in Chinese)
- [13] SZIKLAS E A,SIEGMAN A E. Diffraction calculation using fast Fourier transform methods[J]. *IEEE*,1974: 410-412.

作者简介:吴冬良(1978—),男,国防科技大学博士研究生,主要研究方向为光学评价。E-mail:kdwdl789@163.com

戴一帆(1966—),男,教授,国防科技大学博士生导师,主要研究方向为精密工程。E-mail:dylf@nudt.edu.cn